

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Wintersemester 2011/2012

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 20.12.2011

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

a) Wir haben die Mengen $M_1 = \{-5; -4; -2; 3; 6; 12\}$ und $M_2 = \{-5; -3; 0; 1; 4; 8\}$.

Bestimmen Sie: a1) $M_1 \cap M_2$, a2) $M_1 \setminus M_2$, a3) $M_1 \cup M_2$ (jeweils 1 Punkt)

b) Vereinfachen Sie bis nur noch ein x übrig ist:

b1) $\left(\sqrt[5]{x}\right)^{\frac{5}{2}} \cdot x^2$, b2) $\frac{x^7 \cdot (x^2)^8}{x^{-3}}$ (jeweils 1 Punkt)

c) Lösen Sie den Ausdruck $(a+b)^5$ auf (3 Punkte).

d) Berechnen Sie $\sum_{i=5}^9 (i^3 + 2 \cdot i)$ (2 Punkte).

e) Sie haben ein Kartenspiel mit 32 Karten. Sie ziehen fünf Karten ohne Zurücklegen. Wie viele verschiedene Kombinationen sind möglich, wenn die Reihenfolge der gezogenen Karten egal ist? (2 Punkte)

Aufgabe 2

a) Zeichnen Sie folgende Funktionen in ein Diagramm:

$$f(x) = \ln(x), g(x) = \ln(-x), h(x) = \ln(x) - 1, i(x) = -\ln(-x)$$

$$D_f =]0, \infty[, D_g =]-\infty, 0[, D_h =]0, \infty[, D_i =]-\infty, 0[$$

(jeweils 1 Punkt)

b) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = x^3 + 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 16$ die Nullstellen und den Schnittpunkt mit der y-Achse (5 Punkte).

c) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 16}{-x^2 + 6}$. Geben Sie auch die maximal mögliche

Definitionsmenge D_f an (3 Punkte).

Abschlussprüfung: Mathe für W1, Wintersemester 2011/2012, 20.12.11

Aufgabe 3

a) Sie legen einen Kapitalbetrag K_0 zu einem Zinssatz von 4% an. Wie lange dauert es, bis sich das Kapital verdreifacht hat? (2 Punkte)

b) Bestimmen Sie jeweils bei einer jährlichen Rate von $r=1.316,00\%$ und einem Zinssatz von 4,1%:

b1) den Endwert einer 16-jährigen vorschüssigen Rente (2 Punkte)

b2) den Barwert einer unendlichen nachschüssigen Rente (2 Punkte).

Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.

c) Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von arithmetischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.

c1) Gegeben: $a_1 = 4, d = 5$. Gesucht: a_4, s_4 (2 Punkte)

c2) Gegeben: $a_5 = 79, a_6 = 77$. Gesucht: a_1, s_6 (2 Punkte)

d) Ihnen sind folgende Kennzahlen einer geometrischen Folge bzw. Reihe gegeben: $q = 4, s_5 = 1.705$. Bestimmen Sie a_1 und a_7 (2 Punkte).

Aufgabe 4

Eine Firma stellt das Gut X her. Der einzige Produktionsfaktor ist Arbeit. Die Produktionsfunktion lautet: $x = X(l) = 5 \cdot \sqrt{l}$, wobei l die Anzahl der Arbeitsstunden ist. Eine Arbeitsstunde kostet $q_l = 10\text{€}$, und die Fixkosten betragen $K_f = 10.000,00\text{€}$.

a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$ (3 Punkte).

b) Das Gut X wird zum Preis von $p_x = 200\text{€}$ je Stück verkauft. Erstellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$, und ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge und den maximalen Gewinn (5 Punkte).

c) Wie hoch ist die Anzahl der Arbeitsstunden im Gewinnmaximum? (1 Punkt)

d) Bei welcher Produktionsmenge ist der Gewinn gleich 0? (3 Punkte)

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a) $\frac{4}{|15-2 \cdot x|} = 3$ $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{15}{2}\right\}$ (4 Punkte), b) $2^{x-6} = 4^{x^2+3}$ $D = \mathbb{R}$ (4 Punkte),

c) $\ln(x^2 + 5) = 14$ $D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5}\right\}$ (4 Punkte)