

**Internationales Studienkolleg für Fachhochschulen in
Kaiserslautern**

Semester: Wintersemester 2011/2012

Abschlussprüfung: Mathe für W1

Datum: 20.12.2011

Dauer: 90 Minuten

Prüfer: Dr. Jens Siebel

Aufgabe 1

- a) Wir haben die Mengen $M_1 = \{-5; -4; -2; 3; 6; 12\}$ und $M_2 = \{-5; -3; 0; 1; 4; 8\}$.

Bestimmen Sie: a1) $M_1 \cap M_2$, a2) $M_1 \setminus N$, a3) $M_1 \cup Z$ (jeweils 1 Punkt)

- b) Vereinfachen Sie bis nur noch ein x übrig ist:

b1) $(\sqrt[5]{x})^{\frac{5}{2}} \cdot x^2$, b2) $\frac{x^7 \cdot (x^2)^8}{x^{-3}}$ (jeweils 1 Punkt)

- c) Lösen Sie den Ausdruck $(a+b)^5$ auf (3 Punkte).

d) Berechnen Sie $\sum_{i=5}^9 (i^3 + 2 \cdot i)$ (2 Punkte).

- e) Sie haben ein Kartenspiel mit 32 Karten. Sie ziehen fünf Karten ohne Zurücklegen. Wie viele verschiedene Kombinationen sind möglich, wenn die Reihenfolge der gezogenen Karten egal ist? (2 Punkte)

Aufgabe 2

- a) Zeichnen Sie folgende Funktionen in ein Diagramm:

$$f(x) = \ln(x), g(x) = \ln(-x), h(x) = \ln(x) - 1, i(x) = -\ln(-x)$$

$$D_f =]0, \infty[, D_g =]-\infty, 0[D_h =]0, \infty[, D_i =]-\infty, 0[$$

(jeweils 1 Punkt)

- b) Bestimmen Sie für die Funktion $f(x) = x^3 + 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 16$ die Nullstellen und den

Schnittpunkt mit der y-Achse (5 Punkte).

- c) Bestimmen Sie $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 4 \cdot x^2 - 4 \cdot x - 16}{-x^2 + 6}$. Geben Sie auch die maximal mögliche

Definitionsmenge D_f an (3 Punkte).

Abschlussprüfung: Mathe für W1, Wintersemester 2011/2012, 20.12.11

Aufgabe 3

- a) Sie legen einen Kapitalbetrag K_0 zu einem Zinssatz von 4% an. Wie lange dauert es, bis sich das Kapital verdreifacht hat? (2 Punkte)
- b) Bestimmen Sie jeweils bei einer jährlichen Rate von $r=1.316,00\text{€}$ und einem Zinssatz von 4,1%:
 b1) den Endwert einer 16-jährigen vorschüssigen Rente (2 Punkte)
 b2) den Barwert einer unendlichen nachschüssigen Rente (2 Punkte).
 Rechnen Sie bei den Zwischenschritten auf vier Nachkommastellen genau.
- c) Ihnen sind jeweils einige Kennzahlen von arithmetischen Folgen und Reihen gegeben. Bestimmen Sie die gesuchten Kennzahlen.
 c1) Gegeben: $a_1 = 4, d = 5$. Gesucht: a_4, s_4 (2 Punkte)
 c2) Gegeben: $a_5 = 79, a_6 = 77$. Gesucht: a_1, s_6 (2 Punkte)
- d) Ihnen sind folgende Kennzahlen einer geometrischen Folge bzw. Reihe gegeben:
 $q = 4, s_5 = 1.705$. Bestimmen Sie a_1 und a_7 (2 Punkte).

Aufgabe 4

Eine Firma stellt das Gut X her. Der einzige Produktionsfaktor ist Arbeit. Die Produktionsfunktion lautet: $x = X(l) = 5 \cdot \sqrt{l}$, wobei l die Anzahl der Arbeitsstunden ist. Eine Arbeitsstunde kostet $q_l = 10\text{€}$, und die Fixkosten betragen $K_f = 10.000,00\text{€}$.

- a) Bestimmen Sie die Kostenfunktion $K(x)$ (3 Punkte).
- b) Das Gut X wird zum Preis von $p_x = 200\text{€}$ je Stück verkauft. Erstellen Sie die Gewinnfunktion $G(x)$, und ermitteln Sie die gewinnmaximale Produktionsmenge und den maximalen Gewinn (5 Punkte).
- c) Wie hoch ist die Anzahl der Arbeitsstunden im Gewinnmaximum? (1 Punkt)
- d) Bei welcher Produktionsmenge ist der Gewinn gleich 0? (3 Punkte)

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die Lösungsmengen folgender Gleichungen und Ungleichungen:

a) $\frac{4}{|15-2 \cdot x|} = 3 \quad D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{15}{2} \right\}$ (4 Punkte), b) $2^{x-6} = 4^{x^2+3} \quad D = \mathbb{R}$ (4 Punkte),

c) $\ln(x^2 + 5) = 14 \quad D = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < -\sqrt{5} \vee x > \sqrt{5} \right\}$ (4 Punkte)